

۶. گزینه‌ی (۳)

$$x + |x| \leq \frac{1}{2}x + 3$$

(۱) $x \geq 0$

$$\begin{aligned} x + x &\leq \frac{1}{2}x + 3 \rightarrow \frac{3}{2}x \leq 3 \rightarrow x \leq 2 \\ &\rightarrow 0 \leq x \leq 2 \end{aligned}$$

(۲) $x < 0$

$$\begin{aligned} x - x &\leq \frac{1}{2}x + 3 \rightarrow -3 \leq \frac{1}{2}x \rightarrow -6 \leq x \\ &\rightarrow -6 \leq x < 0 \\ \xrightarrow{(1) \cup (2)} &-6 \leq x \leq 2 \end{aligned}$$

۷. گزینه‌ی (۲)

$$\sqrt{y+x} = 5 \rightarrow y = \frac{5-x}{\sqrt{-x}}$$

(۱) $x > 0 \rightarrow 5 - x > \frac{5-x}{\sqrt{-x}} \rightarrow 5\sqrt{-x} > 5 - x \rightarrow x < 5 \rightarrow 0 < x < 5$

(۲) $x < 0 \rightarrow 5 + x > \frac{5-x}{\sqrt{-x}} \rightarrow 5\sqrt{-x} > 5 - x \rightarrow x > -1 \rightarrow -1 < x < 0$

$\xrightarrow{(1) \cup (2)} -1 < x < 5 \rightarrow b - a = 4$

۸. گزینه‌ی (۴)

$$\sqrt{|x|} + |x - 2| = 3x - 2$$

(۱) $x \leq 0 \rightarrow -2x - x + 2 = 3x - 2 \rightarrow x = \frac{2}{3}$ غلط

(۲) $0 < x \leq 2 \rightarrow 2x - x + 2 = 3x - 2 \rightarrow 2x = 4 \rightarrow x = 2$ ✓

(۳) $x > 2 \rightarrow 2x + x - 2 = 3x - 2 \rightarrow -2 = -2$ تمام اعداد

$x \geq 2$: مجموعه‌ی ریشه‌ها

۹. گزینه‌ی (۴)

$$x^2 + |x^2 - 36| = 36$$

$$\rightarrow |x^2 - 36| = 36 - x^2$$

$$-6 \leq x \leq 6 \rightarrow -x^2 + 36 = 36 - x^2 \rightarrow 36 =$$

پس تمام اعداد صحیح بین ۶ و -۶ قابل قبول است.

$$-6, -5, \dots, 6 \rightarrow 13$$

۱۰. گزینه‌ی (۳)

$$\frac{x|x-1|}{|x|} \text{ و تعیین علامت } x \neq 0.$$

$$\frac{|x-1|}{x} \rightarrow x \neq 0 \text{ و تعیین علامت } x \neq 0.$$

۱۱. گزینه‌ی (۲)

(۱) $|x|-1=5 \rightarrow \begin{cases} |x|-1=5 \rightarrow x=\pm 6 \\ |x|-1=-5 \end{cases}$ غلط

آزمون جامع «۱»

۱. گزینه‌ی (۲)

$$|x^2 + 8| < x^2 - 2x + 4$$

$$|(x+2)(\underbrace{x^2 - 2x + 4})| < x^2 - 2x + 4$$

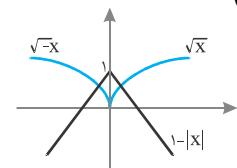
$$\rightarrow \cancel{(x^2 - 2x + 4)} |x+2| < \cancel{x^2 - 2x + 4} \rightarrow |x+2| < 1$$

$$\rightarrow -1 < x+2 < 1 \rightarrow -3 < x < -1$$

۲. گزینه‌ی (۲)

$$f(x) = -|x|$$

$$g(x) = \begin{cases} \sqrt{-x} & x > 0 \\ \sqrt{x} & x < 0 \end{cases}$$



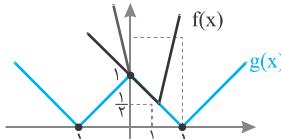
۲ نقطه‌ی مشترک دارند.

۳. گزینه‌ی (۴)

$$|\underbrace{2x-1}_{x=\frac{1}{2}}| + |\underbrace{x}_{x=0}| = |\underbrace{|x|-1}_{x=1,-1}|$$

$$f(x) = |\underbrace{2x-1}_{x=\frac{1}{2}}| + |x| \Rightarrow \begin{cases} 3x-1 & x \geq \frac{1}{2} \\ -x+1 & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ -3x+1 & x < 0 \end{cases}$$

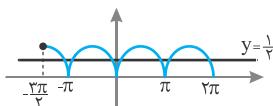
$$g(x) = ||x|-1|$$



پس بی شمار ریشه دارد.

۴. گزینه‌ی (۳)

$$|\sin x| = \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} f(x) = |\sin x| \\ g(x) = \frac{1}{2} \end{cases}$$



در هفت نقطه یکدیگر را قطع می‌کند.

۵. گزینه‌ی (۳)

$$(\underbrace{|x-1|+3}_{\text{همواره مثبت است تایبیری در تعیین علامت ندارد}})(\underbrace{|x-1|-2}_{\text{همواره مثبت است تایبیری در تعیین علامت ندارد}}) < 0$$

$$\rightarrow |x-1|-2 < 0 \rightarrow |x-1| < 2$$

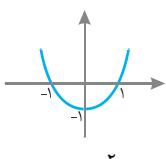
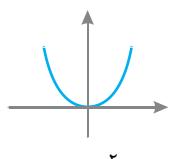
$$\rightarrow -2 < x-1 < 2$$

$$\rightarrow -1 < x < 3$$

هر چه مخرج کمتر باشد، کسر بزرگتر است و کمترین مقدار مخرج ۴ است پس:

$$\max y = 5$$

$$y = |x^2 - 1| + \sqrt{2}$$



آزمون جامع «۲»

۱. گزینه‌ی (۴)

$$x \leq 0 \rightarrow -2x + 1 - x = 7 \rightarrow x = -2 \checkmark$$

$$2) |x^2 - 2| = 2 \rightarrow \begin{cases} x^2 - 2 = 2 \rightarrow x = \pm 2 \\ x^2 - 2 = -2 \rightarrow x = 0 \end{cases} \quad (3)$$

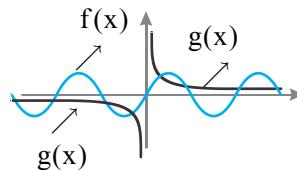
$$0 < x \leq \frac{1}{2} \rightarrow -2x + 1 + x = 7 \rightarrow x = -6 \times$$

$$x > \frac{1}{2} \rightarrow 2x - 1 + x = 7 \rightarrow x = \frac{8}{3} \checkmark$$

۱۲. گزینه‌ی (۴)

$$x \sin x = 1$$

$$\begin{cases} f(x) = \sin x \\ g(x) = \frac{1}{x} \end{cases}$$



در بی‌شمار نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند.

۱۳. گزینه‌ی (۳)

$$|\frac{1}{x+1} - \frac{3}{x}| > \frac{1}{x+1} - \frac{3}{x}$$

$$|a| > a \rightarrow \begin{cases} a > 0 \rightarrow a > a \\ a < 0 \rightarrow -a > a \rightarrow 2a < 0 \rightarrow a < 0 \checkmark \end{cases}$$

همواره صحیح است.

همواره صحیح است.

$$\frac{1}{x+1} - \frac{3}{x} < 0 \rightarrow \frac{x - 3x - 3}{x(x+1)} < 0 \rightarrow \frac{-2x - 3}{x(x+1)} < 0$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c|c|c|c|c} & -\frac{3}{2} & -1 & 0 & \\ \hline + & - & - & + & - \end{array} \Rightarrow x > 0 \text{ یا } -\frac{3}{2} < x < -1$$

۱۴. گزینه‌ی (۳)

$$|x-1| < 2 \rightarrow -2 < x-1 < 2 \rightarrow -1 < x < 3 \quad (1)$$

$$x \geq 2 \rightarrow 2x - 5 < x - 2 \rightarrow x < 3 \quad (2)$$

$2 \leq x < 3 \quad (I)$

$$2x - 5 < |x-2| \rightarrow \begin{cases} x < 2 \rightarrow 2x - 5 < -x + 2 \rightarrow x < \frac{7}{3} \\ x > 2 \end{cases} \quad (II)$$

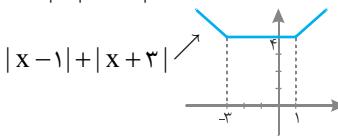
$x < 2 \quad (II)$

$$\frac{(I) \cup (II)}{(1) \cap (2)} \rightarrow x < 3 \quad (2)$$

$$\frac{(I) \cap (2)}{} \rightarrow -1 < x < 3$$

۱۵. گزینه‌ی (۲)

$$y = \frac{1}{|x-1| + |x+3|}$$



$$y = |x^2 - 1| + \sqrt{2}$$

۲. گزینه‌ی (۲)

$$|x^2 - 2x - 1| = |x^2 - 2x + 3|$$

$$x^2 - 2x - 1 = x^2 - 2x + 3 \rightarrow -1 = 3 \quad \text{غایق} \quad \text{غایق}$$

$$x^2 - 2x - 1 = -x^2 + 2x - 3 \rightarrow 2x^2 - 4x + 2 = 0$$

$$\rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \rightarrow (x-1)^2 = 0 \rightarrow x = 1 \quad \text{ریشه‌ی مضاعف}$$

۳. گزینه‌ی (۲)

$$\frac{1}{x-2} = |x-2|$$

$$x > 2 \rightarrow \frac{1}{x-2} = x-2 \rightarrow (x-2)^2 = 1$$

$$\rightarrow \begin{cases} x-2 = 1 \rightarrow x = 3 \checkmark \\ x-2 = -1 \rightarrow x = 1 \times \end{cases}$$

$$x < 2 \rightarrow \frac{1}{x-2} = -(x-2) \rightarrow (x-2)^2 = -1 \quad \text{غایق} \quad \text{غایق}$$

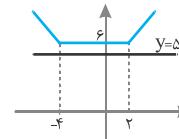
۴. گزینه‌ی (۳)

$$|\frac{x}{2} - 1| < 2 \rightarrow -2 < \frac{x}{2} - 1 < 2$$

$$\rightarrow -1 < \frac{x}{2} < 3 \rightarrow -2 < x < 6 \rightarrow b-a = 8$$

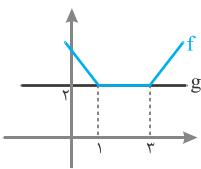
۵. گزینه‌ی (۱)

$$|x-2| + |x+4| = 5 \rightarrow \begin{cases} f(x) = |x-2| + |x+4| \\ g(x) = 5 \end{cases}$$



جواب ندارد \Rightarrow

| فصل ششم | قابع قدر مطلق |

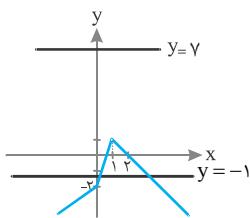


مجموعه جواب $\rightarrow 1 \leq x \leq 3$

$$||x| - |2x - 2| - 3| = 4$$

$$\begin{cases} |x| - |2x - 2| - 3 = 4 \rightarrow |x| - |2x - 2| = 7 \\ |x| - |2x - 2| - 3 = -4 \rightarrow |x| - |2x - 2| = -1 \end{cases}$$

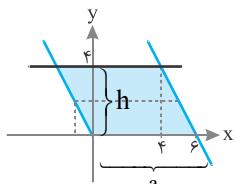
$$y = |x| - |2x - 2| \Rightarrow \begin{cases} x - 2 & x \leq 0 \\ 3x - 2 & 0 < x < 1 \\ -x + 2 & x > 1 \end{cases}$$



۱۲. گزینه‌ی (۲)

$$y = |x| - x \rightarrow \begin{cases} 0 & x \geq 0 \\ -2x & x < 0 \end{cases}$$

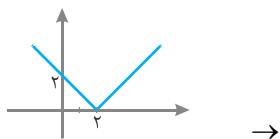
$$y = 4 - x - |x - 4| = \begin{cases} -2x + 12 & x \geq 4 \\ 4 & x < 4 \end{cases}$$



$$S = h \times a = 4 \times 6 = 24$$

$$||x - 2| - 3| = a$$

$$y = ||x - 2| - 3|$$



پس ۲ ریشه دارد.
۱۳. گزینه‌ی (۳)

$$x^2 - 2x - |x - 1| \leq 1$$

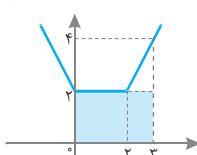
$$(1) \quad x \geq 1 \rightarrow x^2 - 2x - x + 1 \leq 1 \rightarrow x(x - 3) \leq 0 \rightarrow 0 \leq x \leq 3 \Rightarrow 1 \leq x \leq 3$$

$$(2) \quad x < 1 \rightarrow x^2 - 2x + x - 1 \leq 1 \rightarrow x^2 - x - 2 \leq 0 \rightarrow (x - 2)(x + 1) \leq 0 \rightarrow -1 \leq x \leq 2 \rightarrow -1 \leq x < 1$$

$$(1) \cup (2) \quad -1 \leq x \leq 3 \rightarrow -2 \leq x - 1 \leq 2 \rightarrow |x - 1| \leq 2$$

۱۴. گزینه‌ی (۱)

$$y = |x| + |x - 2|$$



$$S = S_{\text{مثلا}} + S_{\text{مستطيل}} = 2 \times 3 + \frac{1}{2} \times 1 \times 2 = 7$$

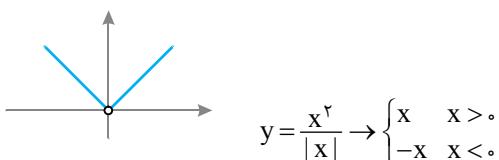
۱۵. گزینه‌ی (۳)

$$\underbrace{|x - 2|}_{\geq 0} + \underbrace{|x + 4|}_{\geq 0} + \underbrace{|x - 3|}_{\geq 0} = 3x - 1$$

تا مساوی برقرار شود

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 2 \geq 0 \rightarrow x \geq 2 \\ x + 4 \geq 0 \rightarrow x \geq -4 \\ x - 3 \geq 0 \rightarrow x \geq 3 \end{cases} \cap x \geq 3$$

۱۶. گزینه‌ی (۹)



تابع در $x = 0$ تعریف نشده چون این نقطه ریشه‌ی مخرج است.

۱۷. گزینه‌ی (۲)

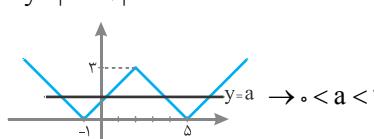
$$|f + g| = |f| + |g| \rightarrow f \text{ و } g \text{ هم علامت هستند} \rightarrow f \text{ و } g \geq 0$$

$$\rightarrow fg \geq 0 \rightarrow (x - 2)(x - 3) \geq 0 \rightarrow 2 \leq x \leq 3$$

۱۸. گزینه‌ی (۴)

$$\frac{3 - |x - 1|}{1 + |x - 3|} \geq 1 \rightarrow 3 - |x - 1| \geq 1 + |x - 3|$$

$$\rightarrow \underbrace{|x - 3| + |x - 1|}_{f+g} \leq \underbrace{2}_{\text{g}}$$



$$y = ||x - 2| - 3|$$

۱۹. گزینه‌ی (۲)

$$f(x) = |x^2 - 3x - 10| \rightarrow x^2 - 3x - 10 = 0 \rightarrow (x-5)(x+2) = 0 \rightarrow x = 5, -2$$

$$\rightarrow \begin{cases} a = +5 \\ b = -2 \end{cases} \rightarrow a + b = 3$$

	-	5	
+	-	+	